

Übungsklausur Geometrie 2 (Haus)

Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

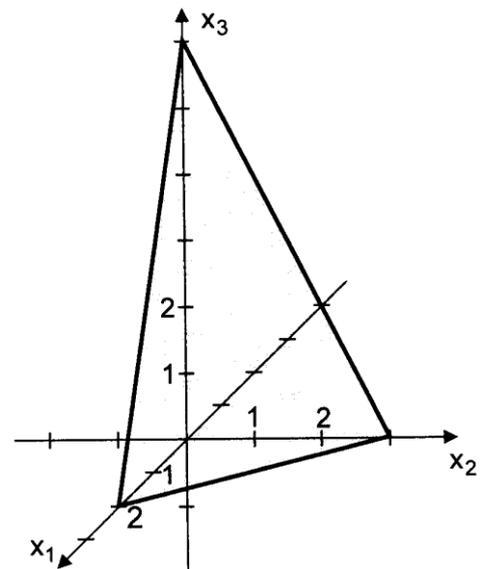
1) Berechne den Abstand des Punktes $A(8|1|4)$ von der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- 2) Die Gerade g verläuft entlang der x_1 -Achse.
- Gib eine Ebenengleichung für eine Ebene E an, die senkrecht zu g liegt und $A(3|2|4)$ enthält.
 - Gib eine Ebenengleichung für eine Ebene F an, die g und $B(1|4|-2)$ enthalten.

- 3) Gegeben sind die in der rechten Abbildung dargestellte

Ebene E und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- Bestimme eine Koordinatengleichung der Ebene.
- Zeige, dass g zu E orthogonal ist.
- Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes von E und g .



4) Gegeben sind die Ebene $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$ und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Zeige, dass E und g parallel zueinander sind.
- Bestimme den Abstand von E und g .

- 5) Der Punkt $A(1|2|-3)$ wird an der Ebene $E: 2x_1 - x_3 = 15$ gespiegelt.
Gib die Koordinaten des Spiegelpunktes A' an.

Übungsklausur Geometrie 2 (Haus) Wahlteil (mit WTR und Formelsammlung)

Ein Gebäude hat als Grundfläche das Rechteck ABCD mit $A(4|0|0)$, $B(4|6|0)$, $C(0|6|0)$ und $D(0|0|0)$ und als Dachfläche das Viereck EFGH mit $E(4|0|4)$, $F(4|6|1)$, $G(0|6|5)$ und $H(0|0|8)$ (Koordinatenangaben in Metern).

- a)
- (1) Stelle das Gebäude in einem Koordinatensystem dar.
 - (2) Bestimme eine Koordinatengleichung der Ebene, in der die Dachfläche EFGH liegt.
 - (3) Welchen Neigungswinkel besitzt die Dachfläche?
 - (4) Zeige, dass die Dachfläche ein Parallelogramm ist.
 - (5) Berechne den Inhalt der Dachfläche.
(Zwischenergebnis: $E_{\text{Dach}} : 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 16$)
- b)
- Zwischen den Punkten $P(9|-4|4,4)$ und $Q(-9|10|15,4)$ zweier Strommasten ist ein geradlinig verlaufendes Kabel gespannt.
- (1) Berechne den Schnittpunkt des Kabels mit der $x_2 - x_3$ - Ebene.
 - (2) Zeige, dass das Kabel immer oberhalb des Daches verläuft.
 - (3) Aus Sicherheitsgründen muss das Kabel einen Abstand von mindestens 2 Metern zum Dach haben. Untersuche, ob dies erfüllt ist.
- c)
- Ein Kind mit 1m Augenhöhe bewegt sich vom Punkt A aus in positiver x_1 - Richtung. Wie weit muss das Kind mindestens gehen, damit es die Ecke H sehen kann?

Übungsklausur Geometrie 2 (Haus)

Lösungen Pflichtteil:

1) (1) Hilfsebene: $E: x_1 = 8$

(2) Schnittpunkt g mit E : $1+t = 8 \Leftrightarrow t = 7 \Rightarrow L(8|1|0)$

(3) Abstand $d = |\overline{AL}| = \left| \begin{pmatrix} 8-8 \\ 1-1 \\ 0-4 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = 4$

2) a) $E: x_1 = 3$

b) $F: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

3) a) Spurpunkte: $S_1(2|0|0); S_2(0|3|0); S_3(0|0|6)$

$\Rightarrow E: 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$

b) $\vec{n}_E = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \vec{m}_g = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}: -2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow g \perp E$

c) g in E einsetzen: $3(1-6t) + 2(-4t) + (-11-2t) = 6 \Leftrightarrow 3-18t-8t-11-2t = 6$
 $\Leftrightarrow -28t = 14 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow S(4|2|-10)$

4) a) $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = 8-4-4 = 0 \Rightarrow E \parallel g$

b) E in KF: $E: 8x_1 + x_2 - 4x_3 = b$, $P(-1|4|-3)$ einsetzen: $\Rightarrow b = 8$, $|\vec{n}| = 9$

E in HNF: $E: \frac{8x_1 + x_2 - 4x_3 - 8}{9} = 0$

$d = \left| \frac{8 \cdot 7 + 1 \cdot 5 - 4 \cdot (-7) - 8}{9} \right| = \left| \frac{81}{9} \right| = 9$

5) $l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit E schneiden: $2+4t+3+t = 15 \Leftrightarrow 5t = 10 \Leftrightarrow t = 2$

$\Rightarrow L(5|2|-5)$

A (1 | 2 | -3)

↓ +4 ↓ +0 ↓ -2

L (5 | 2 | -5)

↓ +4 ↓ +0 ↓ -2

A' (9 | 2 | -7)

Übungsklausur Geometrie 2 (Haus)

Lösungen Wahlteil:

a) (1) Zeichnung:

$$(2) E_{\text{Dach}} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix};$$

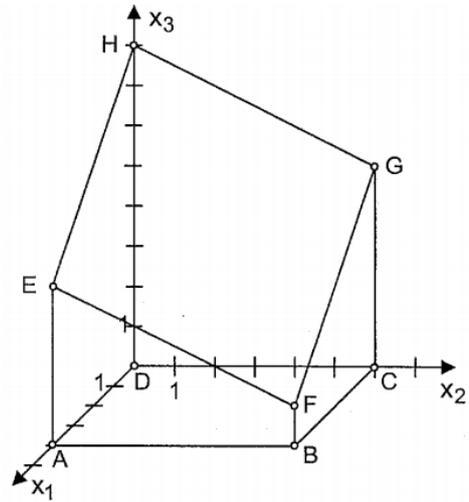
$$E_{\text{Dach}} : \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 12 \\ 24 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow E_{\text{Dach}} = 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 16$$

$$(3) \cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = 48,2^\circ$$

$$(4) \vec{EH} = \vec{FG} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Das Viereck EFGH ist ein Parallelogramm}$$

$$(5) A_D = |\vec{EH} \times \vec{EF}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} -24 \\ -12 \\ -24 \end{pmatrix} \right| = 36$$



$$b) (1) g_{PQ} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \\ 4,4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -18 \\ 14 \\ 11 \end{pmatrix} \text{ mit } x_2 - x_3 \text{-Ebene schneiden: } E : x_1 = 0$$

$$9 - 18t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow S(0 | 3 | 9,9)$$

$$(2) \text{ Schnitt mit Dachebene: } g_{PQ} \text{ in } E_{\text{Dach}} : 2(9 - 18t) - 4 + 14t + 2(4,4 + 11t) = 16$$

$$\Leftrightarrow 18 - 36t - 4 + 14t + 8,8 + 22t = 16 \Leftrightarrow 22,8 = 16 \text{ f. Aussage}$$

$\Rightarrow g_{PQ} \parallel E_{\text{Dach}}$ und $S(0|3|9,9)$ liegt oberhalb der Dachkante EH (max. Höhe 8m).

\Rightarrow Kabel verläuft oberhalb von Dach.

$$(3) \text{ Abstand Punkt Q von } E_{\text{Dach}} : \text{HNF von } E_{\text{Dach}} : \frac{2x_1 + x_2 + 2x_3 - 16}{3} = 0$$

$$d = \left| \frac{2 \cdot 0 + 3 + 2 \cdot 9,9 - 16}{3} \right| = \frac{6,8}{3} \approx 2,27 > 2 \Rightarrow \text{Mindestabstand eingehalten.}$$

$$c) g_{EH} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ mit } g_{\text{Auge}} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ schneiden}$$

$$(I) 0 + 4s = 4 + t \Rightarrow t = 3$$

$$(II) 0 = 0 \Rightarrow S(7|0|1)$$

$$(III) 8 - 4s = 1 \Leftrightarrow s = 1,75 \text{ in (I)}$$

\Rightarrow Die Person muss 3 Meter laufen.